




**Федеральное агентство морского и речного транспорта**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Государственный университет морского и речного флота  
имени адмирала С.О. Макарова»**

---

УТВЕРЖДАЮ

Директор департамента высшего  
образования

  
\_\_\_\_\_ М.Н. Савельева  
30 05 2023

**ПРОГРАММА  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
«Математика»**

для поступающих на обучение по образовательным программам  
высшего образования — программам бакалавриата и программам специалитета

Санкт-Петербург  
2023



Программа вступительного испытания «Математика» разработана с учётом федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного стандарта основного общего образования и утверждена на заседании кафедры высшей математики (протокол № 6 от 18.04.2023).

## I. Методические указания к программе вступительного экзамена

Цель программы вступительного испытания по математике заключается в регламентации порядка проведения вступительного испытания.

Целью вступительного испытания является проверка готовности абитуриентов освоить основную образовательную программу.

Поступающий на программу бакалавриата/специалитета должен:

***знать/понимать:***

- теоретические основы арифметики;
- теоретические основы элементарной алгебры;
- теоретические основы элементарной геометрии;
- основные понятия и факты начала математического анализа;
- основные понятия и факты теории вероятностей;

***уметь:***

- производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений;
- проводить тождественные преобразования алгебраических выражений и выражений, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрических функций; находить точки пересечения графиков функций аналитически и графически;
- исследовать поведение функции с помощью производной;
- решать уравнения и неравенства первой и второй степени, а также уравнения и неравенства, приводящиеся к ним;
- решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени;
- решать уравнения, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции;
- решать неравенства, содержащие степенные, показательные и логарифмические функции;



- изображать геометрические фигуры и производить простейшие построения на плоскости;
  - вычислять площади и объемы геометрических объектов;
  - решать простейшие задачи по теории вероятностей;
- владеть:**
- методами решения иррациональных, дробно-рациональных, тригонометрических уравнений;
  - технологией решения иррациональных и дробно-рациональных неравенств;
  - приемами вычисления без калькулятора;
  - техникой дифференцирования.

## II. Содержание программы вступительного испытания

### Тема 1. Арифметика и алгебра

1. Простые и составные числа. Признаки делимости. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Обыкновенные и десятичные дроби. Действия с дробями. Пропорции. Свойства пропорций. Проценты. Правило округления чисел.
3. Множество действительных чисел. Изображение чисел на числовой оси. Модуль действительного числа. Свойства модуля.
4. Степень с натуральным показателем. Арифметический корень и его свойства. Корни  $n$ -ой степени. Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Действия со степенями.
5. Определение логарифма. Логарифм произведения, степени, частного. Формулы перехода к новому основанию. Основное логарифмическое тождество.
6. Тождественные преобразования алгебраических выражений. Область допустимых значений выражения.
7. Формулы сокращенного умножения.
8. Формула корней квадратного уравнения. Прямая и обратная теоремы Виета.
9. Разложение квадратного трехчлена на линейные множители.
10. Уравнение. Область допустимых значений уравнения. Корни уравнения.
11. Неравенства с переменной. Область допустимых значений неравенства. Методы решения неравенства.
12. Понятие функции. Область определения, множество значений функции. Возрастание и убывание функции. Четность. Нечетность. Периодичность. График функции.



13. Элементарные функции: определение, свойства, графики основных элементарных функций. Степенная функция  $y = x^n$ : линейная  $y = ax + b$ , квадратичная  $y = ax^2 + bx + c$ , обратная пропорциональная зависимость  $y = k/x$ . Определение и основные свойства функций: показательной  $y = a^x$ ; логарифмической  $y = \log_a x$ .

14. Градусная и радианная меры угла. Синус, косинус, тангенс и котангенс угла.

15. Вычисление значений тригонометрических функций. Тригонометрические функции  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики. Понятие арксинуса, арккосинуса, арктангенса и арккотангенса числа.

16. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.

17. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов. Формулы приведения. Тригонометрические функции двойного аргумента. Формулы понижения степени.

18. Решение тригонометрических уравнений  $\sin x = a$ ,  $\cos x = a$ ,  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ .

## Тема 2. Начала математического анализа

1. Понятие о производной функции, ее геометрический и физический смысл.
2. Уравнение касательной к графику функции.
3. Производные суммы, разности, произведения, частного, сложной функции.
4. Производные основных элементарных функций.
5. Исследование функции с помощью производной на экстремум.
6. Нахождение наибольшего, наименьшего значения и экстремальных значений функции.

## Тема 3. Геометрия

1. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Длина окружности и длина дуги окружности. Площадь круга и площадь сектора.
2. Треугольник, его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Формулы вычисления площади треугольника.
3. Соотношения между сторонами и углами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора. Значения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов  $30^\circ$ ,  $45^\circ$  и  $60^\circ$ .
4. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция.



5. Формулы площади: прямоугольника, ромба, квадрата.
6. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
7. Многогранники: призма, пирамида и их элементы.
8. Фигуры вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара.
9. Формула объема параллелепипеда, призмы, пирамиды, цилиндра, конуса, шара.


#### **Тема 4. Основные понятия теории вероятностей**

1. Случайное событие. Зависимые и независимые события, совместные и несовместные события.
2. Классическое определение вероятности случайного события.
3. Условная вероятность.
4. Вычисление вероятности событий по формулам сложения и умножения вероятностей

### **III. Содержание, структура и форма проведения вступительного испытания**

Вступительное испытание по «Математике» проводится в письменной форме и состоит из двух частей, содержащих 10 заданий. Первая часть содержит задания с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби, вторая часть — заданий с развёрнутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий).

Продолжительность вступительного испытания 1 академический час (45 минут).

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 6 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

#### IV. Распределение заданий вступительного испытания по темам


Часть работы	Тема	№ задания	Количество баллов
Часть 1	Геометрия	1	8
Часть 1	Геометрия	2	8
Часть 1	Основные понятия теории вероятностей	3	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	4	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	5	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	6	8
Часть 1	Начала математического анализа	7	8
Часть 1	Арифметика и алгебра	8	8
Часть 2	Арифметика и алгебра.	9	18
Часть 2	Арифметика и алгебра	10	18

#### V. Рекомендуемая литература

##### Основная литература

1. Гольшева, С. П. Математика. Подготовка к ЕГЭ : учебное пособие / С. П. Гольшева. — 2-е изд., перераб. — Иркутск: Иркутский ГАУ, 2018. — 104 с. — Текст : электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/133402> (дата обращения: 14.04.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Совертков, П. И. Справочник по элементарной математике : учебное пособие для спо / П. И. Совертков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 404 с. — ISBN 978-5-8114-7498-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-

	ФГБОУ ВО «ГУМРФ имени адмирала С.О. Макарова»	Стр. 7 из 7
	Программа вступительного испытания «Математика» Направление подготовки балакавриат, специалитет	

библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/161632> (дата обращения: 14.04.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

### Дополнительная литература

1. Лебедева, В. М. Справочник по элементарной математике / В. М. Лебедева. — 3-е изд., испр. и доп. — СПб.: Изд-во ГУМРФ им. адм. С. О. Макарова, 2015. — 32с. <https://edu.gumrf.ru/elektronnaya-biblioteka-metodicheskikh-materialov/elektronnaya-biblioteka/Л/Лебедева%20В.М.%20Справочник%20по%20элементарной%20математике.pdf>
2. Напалков, С. В. Решение задач школьной математики : учебно-методическое пособие / С. В. Напалков. — Нижний Новгород : ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2021. — 78 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/283148> (дата обращения: 14.04.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.



**Федеральное агентство морского и речного транспорта**  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
**«Государственный университет морского и речного флота  
имени адмирала С.О. Макарова»**

---

**ДЕМОНСТРАЦИОННАЯ ВЕРСИЯ  
ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ  
«Математика»**

(Приложение к программе вступительного испытания)

Санкт-Петербург  
2023

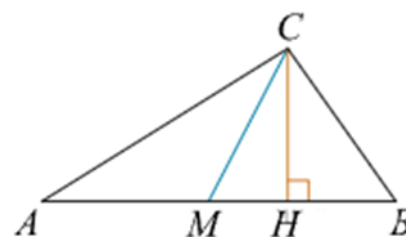


**Тест вступительного испытания****Часть-1**

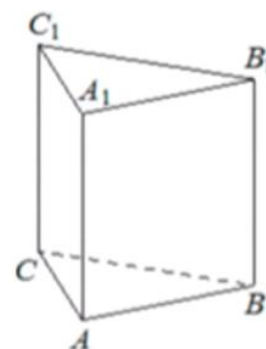
1. В треугольнике  $ABC$  угол  $C$  равен  $90^\circ$ ,  $\sin A = \frac{7}{25}$ ,  $BC=4,2$ . Найдите  $AB$ .

Ответ. 15**ИЛИ**

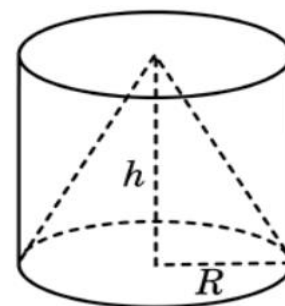
Острые углы прямоугольного треугольника равны  $42,5^\circ$  и  $47,5^\circ$ . Найдите угол между высотой и медианой, проведенными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

Ответ. 5

2. Дана правильная треугольная призма  $ABCA_1B_1C_1$ , площадь основания которой равна 9, а боковое ребро равно 6. Найдите объем многогранника, вершинами которого являются точки  $CA_1B_1C_1$ .

Ответ. 18**ИЛИ**

Конус и цилиндр имеют общее основание и высоту (конус вписан в цилиндр). Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 6.

Ответ. 18

3. На олимпиаде по математике участников рассаживают по трем аудиториям. В первых двух аудиториях по 140 человек, оставшихся проводят в запасную аудиторию в другом корпусе. При подсчете



выяснилось, что всего было 350 участников. Найдите вероятность того, что случайно выбранный участник писал экзамен в запасной аудитории.

Ответ. 0,2

4. Решите уравнение  $\frac{x}{3x+10} = \frac{x}{4x-11}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответ запишите больший из корней.

Ответ. 21

**ИЛИ**

Найдите корень уравнения  $\log_{16} 2^{-3x-5} = 4$ .

Ответ. -7

5. Найдите значение выражения  $\frac{6^{5,7} \cdot 2^{-4,7}}{3^{2,7}}$ .

Ответ. 54

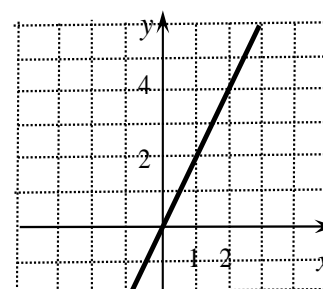
**ИЛИ**

Найдите значение выражения  $16 \log_7 \sqrt{7}$ .

Ответ. 8

6. На рисунке изображен график функции  $f(x) = kx + b$ . Найдите  $f(11)$ .

Ответ. 22

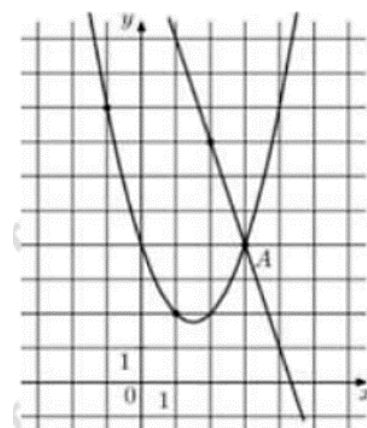


**ИЛИ**



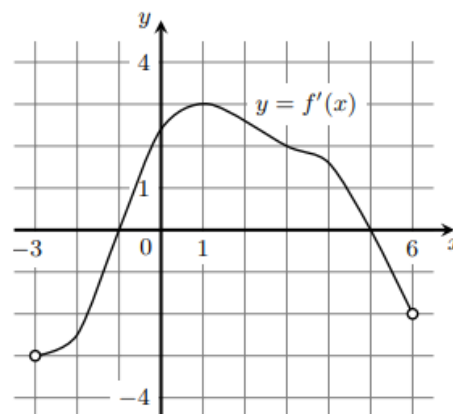
На рисунке изображены графики функций  $f(x) = x^2 - bx + 4$  и  $g(x) = -3x + 13$ , которые пересекаются в точках  $A$  и  $B$ . Найдите ординату точки  $B$ .

Ответ. 22



7. На рисунке изображён график функции  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ , определенной на интервале  $(-3; 6)$ . Найдите точку минимума функции  $f(x)$ .

Ответ. -1



8. Локатор батискафа, равномерно погружающегося вертикально вниз, испускает ультразвуковой сигнал частотой 749 МГц. Приёмник регистрирует частоту сигнала, отраженного от дна океана. Скорость погружения батискафа (в м/с) и частоты связаны соотношением

$$v = c \cdot \frac{f - f_0}{f + f_0},$$

где  $c=1500$  м/с — скорость звука в воде,  $f_0$  — частота испускаемого сигнала (в МГц),  $f$  — частота отраженного сигнала (в МГц). Найдите частоту отраженного сигнала (в МГц), если батискаф погружается со скоростью 2 м/с.

Ответ. 751

-----**Часть-2**-----

9. а) Решите уравнение:  $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7} \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[ \pi; \frac{5\pi}{2} \right]$ .

Ответ: а)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{13\pi}{6}$ .

10. Решите неравенство:  $\log_{(x+4)^2} (3x^2 - x - 1) \leq 0$ .

Ответ:  $(-5; -4) \cup (-4; -3) \cup \left[ -\frac{2}{3}; \frac{1 - \sqrt{13}}{6} \right) \cup \left( \frac{1 + \sqrt{13}}{6}; 1 \right]$ .

**Решения и критерии оценивания выполнения заданий с развернутым ответом**

Количество баллов, выставленных за выполнение задания **части 2**, зависит от полноты решения и правильности ответа.

Общие требования к выполнению заданий с развернутым ответом: решение должно быть математически грамотным, полным; все возможные случаи должны быть рассмотрены. Методы решения, формы его записи и формы ответа могут быть разными. За решение, в котором обоснованно получен правильный ответ, выставляется максимальное количество баллов. Правильный ответ при отсутствии математически корректного обоснованного решения оценивается **0 баллов**.

Эксперты проверяют только математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают.

При выполнении задания могут быть использованы без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ среднего общего образования.



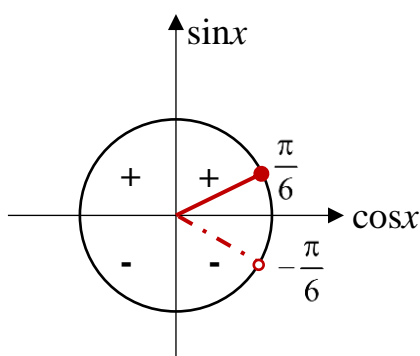
9. а) Решите уравнение:  $\frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7} \sin x} = 0$ .

б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

**Решение.**

$$\text{а) } \frac{2 \cos x - \sqrt{3}}{\sqrt{7} \sin x} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 0, \\ \cos x = \frac{\sqrt{3}}{2}; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sin x > 0, \\ x = \pm \frac{\pi}{6} + 2\pi k. \end{cases} \Rightarrow$$

$$x = \frac{\pi}{6} + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$



б) Отберем корни, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ .

Поскольку  $x \geq \pi$  на заданном отрезке  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ , то  $k=0, 1, 2, 3, \dots$

При  $k=0$ :  $x = \frac{\pi}{6} \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ ;

при  $k=1$ :  $x = \frac{\pi}{6} + 2\pi = \frac{13\pi}{6} \in \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ ;

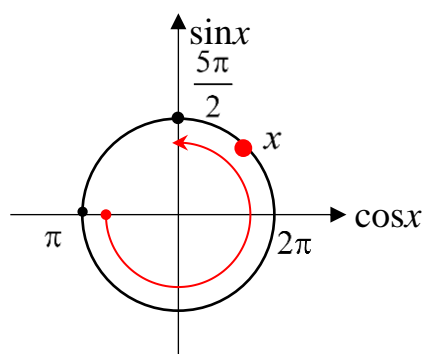
при  $k=2$ :  $x = \frac{\pi}{6} + 4\pi \notin \left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$  и все следующие значения  $k$  дают значения  $x$

большие, чем  $\frac{5\pi}{2}$ . Ответ на второй вопрос задания  $x = \frac{13\pi}{6}$ .

**Замечание.** Отобрать корни можно с помощью тригонометрического круга.



б) С помощью тригонометрического круга отберем корни, принадлежащие отрезку  $\left[\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ :



$$x = 2\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{13\pi}{6}$$

**Ответ:** а)  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$ ; б)  $\frac{13\pi}{6}$ .

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получены верные ответы в обоих пунктах	18
Обоснованно получен верный ответ в пункте <b>а</b> , ИЛИ получены неверные ответы из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения обоих пунктов: пункта <b>а</b> и пункта <b>б</b> .	12
В пункте <b>а</b> правильно выполнены промежуточные действия, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	18

**10.** Решите неравенство:  $\log_{(x+4)^2} (3x^2 - x - 1) \leq 0$ .

**Решение.**

$$\log_{(x+4)^2} (3x^2 - x - 1) \leq 0$$

1) Рассмотрим два случая:

**I**

$$\begin{cases} (x+4)^2 > 1 \\ 3x^2 - x - 1 > 0 \\ 3x^2 - x - 1 \leq 1 \end{cases}$$

**II**

$$\begin{cases} 0 < (x+4)^2 < 1 \\ 3x^2 - x - 1 \geq 1 \end{cases}$$

2) Разложим квадратные трехчлены на множители:

$$3x^2 - x - 1 = 3 \cdot \left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6}\right) \left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6}\right), \text{ так как}$$

$$3x^2 - x - 1 = 0; \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4 \cdot 3}}{2 \cdot 3} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{6}$$

$$3x^2 - x - 2 = 3 \cdot (x - 1) \left(x + \frac{2}{3}\right), \text{ так как}$$

$$3x^2 - x - 2 = 0; \quad x_1 = 1, \text{ по теореме Виета } x_1 \cdot x_2 = -\frac{2}{3} \Rightarrow x_2 = -\frac{2}{3}$$

3) Решение системы **I** методом интервалов

$$\begin{cases} (x+3)(x+5) > 0 \\ 3\left(x - \frac{1 - \sqrt{13}}{6}\right)\left(x - \frac{1 + \sqrt{13}}{6}\right) > 0 \\ (x-1)\left(x + \frac{2}{3}\right) \leq 0 \end{cases}$$

$$\left[-\frac{2}{3}; \frac{1 - \sqrt{13}}{6}\right) \cup \left(\frac{1 + \sqrt{13}}{6}; 1\right]$$

$$\frac{1 + \sqrt{13}}{6} < 1, \text{ так как } \sqrt{13} < \sqrt{25}.$$

$$\frac{1 - \sqrt{13}}{6} > -\frac{2}{3}, \text{ так как } -\sqrt{13} > -\sqrt{25}.$$



## 4) Решение системы II методом интервалов

$$\begin{cases} (x+3)(x+5) < 0 \\ x \neq -4 \\ (x-1)\left(x+\frac{2}{3}\right) \geq 0 \end{cases}$$

$$(-5; -4) \cup (-4; -3)$$

$$5) \left[ \left[ -\frac{2}{3}; \frac{1-\sqrt{13}}{6} \right) \cup \left( \frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1 \right] \right. \\ \left. \cup (-5; -4) \cup (-4; -3) \right]$$

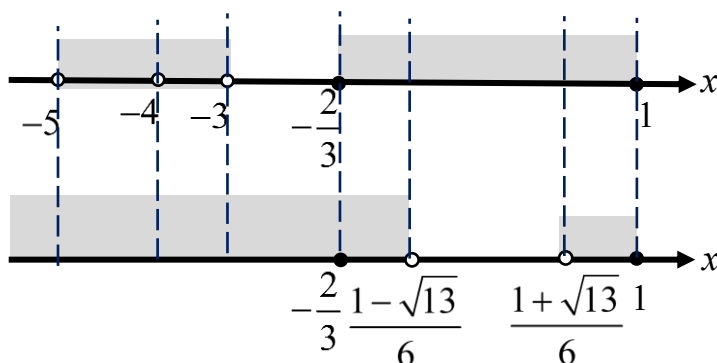
$$\text{Ответ: } (-5; -4) \cup (-4; -3) \cup \left[ -\frac{2}{3}; \frac{1-\sqrt{13}}{6} \right) \cup \left( \frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1 \right]$$

**Замечание.** Для решения неравенства может быть выбран другой метод решения.

**Решение.**

Перепишем неравенство в виде  $\log_{(x+4)^2}(3x^2 - x - 1) \leq \log_{(x+4)^2} 1$ , которое равносильно системе

$$\begin{cases} ((x+4)^2 - 1)(3x^2 - x - 1) \leq 0, \\ (x+4)^2 > 0, \\ (x+4)^2 \neq 1, \\ 3x^2 - x - 1 > 0. \end{cases} ; \begin{cases} 3(x+3)(x+5)(x-1)\left(x+\frac{2}{3}\right) \leq 0, \\ x \neq -4, \\ x \neq -3, x \neq -5 \\ 3\left(x-\frac{1-\sqrt{13}}{6}\right)\left(x-\frac{1+\sqrt{13}}{6}\right) > 0. \end{cases}$$







**Ответ:**  $(-5; -4) \cup (-4; -3) \cup \left[-\frac{2}{3}; \frac{1-\sqrt{13}}{6}\right) \cup \left(\frac{1+\sqrt{13}}{6}; 1\right]$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен верный ответ	18
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного исключением точек $-\frac{2}{3}$ и/или 1 ИЛИ получен неверный ответ из-за арифметической ошибки, но при этом имеется верная последовательность всех шагов решения	12
Правильно выполнены последовательность всех шагов решения, учтены все возможные случаи, но решение не доведено до ответа	6
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
<i>Максимальный балл</i>	18

Ответ. 15